

Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Ульяновский государственный университет»
Факультет математики, информационных и авиационных технологий

Петровичева Ю.В.

**МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ
ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ ПО
ДИСЦИПЛИНЕ «МЕТОДЫ ПРИНЯТИЯ ОПТИМАЛЬНЫХ
РЕШЕНИЙ»**

Для студентов специалитета по специальности 10.05.03 очной формы
обучения

Ульяновск, 2020

Методические указания для самостоятельной работы студентов по дисциплине «Методы принятия оптимальных решений» / составитель: Ю.В. Петровичева. - Ульяновск: УлГУ, 2020. Настоящие методические указания предназначены для студентов специалитета по специальности 10.05.03 очной формы обучения. В работе приведены литература по дисциплине, основные темы курса и вопросы в рамках каждой темы, рекомендации по изучению теоретического материала, контрольные вопросы для самоконтроля и тесты для самостоятельной работы. Студентам очной формы обучения они будут полезны при подготовке к лекциям, семинарам, курсовым работам и к зачёту по данной дисциплине.

Методические указания рекомендованы к введению в образовательный процесс решением Ученого Совета ФМИиАТ УлГУ (протокол № 6/20 от 22.09.2020 г.).

Содержание

1. Литература для изучения дисциплины.....	4
2. Методические указания.....	5
2.1. Раздел 1. Линейное программирование. Тема 1. Задача линейного программирования. Графический метод решения задачи.....	5
2.2. Раздел 1. Тема 2. Симплекс-метод решения задач линейного программирования.....	7
2.3. Раздел 1. Тема 3. Различные задачи и методы линейного программирования.....	9
2.4. Раздел 2. Специальные задачи линейного программирования. Тема 4. Транспортная задача.....	12
2.5. Раздел 2. Тема 5. Приложения транспортной задачи.....	15
2.6. Раздел 3. Нелинейное программирование. Тема 6. Задачи нелинейного программирования.....	16
2.7. Раздел 3. Тема 7. Методы безусловной оптимизации	18
2.8. Раздел 3. Тема 8. Методы условной оптимизации.....	20
2.9. Раздел 4. Многокритериальная оптимизация. Тема 9. Формулировка многокритериальной задачи.....	22
2.10. Раздел 4. Тема 10. Методы решения задачи.....	24
2.11. Раздел 5. Элементы оптимального управления. Тема 11. Задачи вариационного исчисления.....	26
2.12. Раздел 5. Тема 12. Принцип максимума Понтрягина.....	27
2.13. Раздел 5. Тема 13. Принцип динамического программирования Беллмана.....	28

1. ЛИТЕРАТУРА ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. Дорогов В.Г., Теплова Я.О. Введение в методы и алгоритмы принятия решений: учебное пособие / под ред. проф. Л.Г. Гагариной. – М. : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2012. – 240 с. – (Высшее образование)
2. Мастяева И.Н. Методы оптимальных решений: учебник / Мастяева И.Н., Горемыкина Г.И., Семенихина О.Н. - М.: КУРС: ИНФРА-М, 2018. – 384 с.
3. Методы оптимизации: лабораторный практикум: учебно-методическое пособие [Электронный ресурс] / АлтГУ, Рубцовский ин-т (фил.); сост. А.С. Шевченко. – Электрон. текст. дан. (3,1 Мб). – Рубцовск: Рубцовский институт (филиал) АлтГУ, 2016. – 1 эл. оп. диск (CD-R).– Загл. с экрана.
4. Просветов Г.И. Методы оптимизации. Учебно-практическое пособие. – М.: Издательство «Альфа-Пресс», 2009. – 168 с.
5. Шелехова Л.В. Методы оптимальных решений: Учебное пособие. — СПб.: Издательство «Лань», 2016. - 304 с.

2. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

2.1. РАЗДЕЛ 1. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ТЕМА 1. ЗАДАЧА ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ. ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ.

Основные вопросы:

1. Общая форма записи модели линейного программирования.
2. Графический метод решения задачи с двумя переменными.
3. Графический метод решения задачи с тремя переменными.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 5-22 или к [5] на с. 7-8.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 23-37 или к [5] на с. 8-21.

Вопрос 3 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 3 следует обратиться к [2] на с. 37-40.

Контрольные вопросы по теме 1:

1. Дайте определение математическому моделированию.
2. Что принято понимать под математической моделью?
3. Каковы основные этапы построения модели?
4. Какая задача является задачей линейного программирования, а какая нелинейного?
5. Приведите классификацию моделей и методов?
6. Сформулируйте общую задачу линейного программирования.
7. Какая задача называется задачей в канонической форме?
8. Сформулируйте теорему о крайней точке?
9. Сформулируйте теорему о существовании опорного плана или опорного решения задачи линейного программирования?

Задания для самостоятельной работы:

Решить графическим методом задачу линейного программирования.

2.2. РАЗДЕЛ 1. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ТЕМА 2. СИМПЛЕКС-МЕТОД РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.

Основные вопросы:

1. Симплекс-метод с естественным базисом.
2. Симплекс-метод с искусственным базисом.
3. К- матрицы симплекс-метода.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 45-62 или к [5] на с. 26-32.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 80-91 или к [5] на с. 32-40.

Вопрос 3 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 3 следует обратиться к [2] на с. 40-45.

Контрольные вопросы по теме 2:

1. Что называется К-матрицей канонической задачи линейного программирования?
2. Как меняется функция цели при переходе от одной К матрицы к другой?
3. Каков алгоритм симплексного метода?
4. В каком случае задача не имеет допустимых решений?
5. В чем заключается метод Жордана-Гаусса?

Лабораторная работа 1 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение симплекс-метода с естественным базисом для решения задачи максимизации целевой функции.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные данные: параметры целевой функции, наложенных неравенств.

Выходные данные: значения решения.

Методические указания: использовать метод модифицированных жордановых исключений.

Лабораторная работа 2 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение симплекс-метода с искусственным базисом для решения задачи максимизации целевой функции.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные данные: параметры целевой функции, наложенных неравенств.

Выходные данные: значения решения.

Методические указания: использовать метод модифицированных жордановых исключений.

2.3. РАЗДЕЛ 1. ЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ТЕМА 3. РАЗЛИЧНЫЕ ЗАДАЧИ И МЕТОДЫ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.

Основные вопросы:

1. Двойственная задача.
2. Целочисленное линейное программирование. Метод Гомори. Задача о рациональной нагрузке.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 62-70.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [5] на с. 67-72.

Контрольные вопросы по теме 3:

1. Дайте определение двойственной задачи?
2. По каким правилам строится двойственная задача?
3. Сформулируйте основные теоремы двойственности?

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение метода Гомори для задачи о рациональной нагрузке.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные данные: параметры целевой функции, наложенных неравенств.

Выходные данные: значения решения.

Методические указания: использовать алгоритм метода Гомори.

2.4. РАЗДЕЛ 2. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ТЕМА 4. ТРАНСПОРТНАЯ ЗАДАЧА.

Основные вопросы:

1. Экономико-математическая модель транспортной задачи.
2. Метод северо-западного угла. Метод минимальной стоимости. Особый случай.
3. Распределительный метод решения транспортной задачи. Открытая модель.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 92-100 или к [1] на с. 109-110, 131-134.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 100-104 или к [5] на с. 81-87.

Вопрос 3 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 3 следует обратиться к [2] на с. 105-109 или к [4] на с. 30-32.

Контрольные вопросы по теме 3:

1. Какой вид имеет математическая модель транспортной задачи?
2. Какая модель называется открытой? Закрытой?
3. Приведите примеры транспортных задач?
4. В чем заключается метод северо-западного угла?
5. В чем заключается метод минимальной стоимости?
6. В чем заключается распределительный метод решения транспортной задачи?

Лабораторная работа 1 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение методов северо-западного угла и минимальной стоимости.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные данные: параметры целевой функции, наложенных неравенств.

Выходные данные: значения решения.

Варианты заданий.

1. Метод северо-западного угла.

2. Метод минимальной стоимости.

Методические указания: использовать алгоритмы методов северо-западного угла и минимальной стоимости.

Лабораторная работа 2 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение распределительного метода решения транспортной задачи.

Задание: требуется составить программу поиска оптимального решения конкретной задачи.

Входные данные: параметры целевой функции, наложенных неравенств.

Выходные данные: значения оптимального решения.

Методические указания: использовать алгоритм распределительного метода решения транспортной задачи.

2.5. РАЗДЕЛ 2. СПЕЦИАЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

ТЕМА 5. ПРИЛОЖЕНИЯ ТРАНСПОРТНОЙ ЗАДАЧИ.

Основные вопросы:

1. Экономические задачи, сводящие к транспортной задаче. Транспортные задачи, имеющие некоторые усложнения. Модификация транспортной задачи.
2. Задача о назначениях.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 109-113.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 114-116 или к [4] на с. 44-48, или к [5] на с. 124-129.

Контрольные вопросы по теме 5:

1. Сформулируйте задачу о назначениях.
2. Сформулируйте транспортную задачу.
3. В чем состоит алгоритм построения транспортной сети?

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение метода решения транспортной задачи посредством транспортной сети.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные данные: параметры целевой функции, наложенных неравенств.

Выходные данные: значения оптимального решения.

Методические указания: использовать алгоритм построения транспортной сети.

2.6. РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ТЕМА 6. ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ.

Основные вопросы:

1. Постановка задач. Задача одномерной оптимизации. Алгоритм Свенна.
2. Метод золотого сечения. Графический метод решения задачи с двумя переменными.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 149-151.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 152-155 или к [4] на с. 94-96.

Контрольные вопросы по теме 6:

1. Сформулируйте задачу нелинейного программирования.
2. Сформулируйте задачу одномерной оптимизации.
3. В чем заключается алгоритм Свенна?
4. В чем заключается метод золотого сечения?
5. Какими свойствами должно обладать золотое сечение?

Лабораторная работа 1 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение методов одномерной оптимизации.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные: нелинейная функция с одной переменной, линейные ограничения.

Выходные данные: значения решения.

Методические указания: использовать алгоритм Свенна.

Лабораторная работа 2 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение методов одномерной оптимизации.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные: нелинейная функция с одной переменной, линейные ограничения.

Выходные данные: значения решения.

Методические указания: использовать алгоритм метода золотого сечения.

2.7. РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ТЕМА 7. МЕТОДЫ БЕЗУСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ.

Основные вопросы:

1. Градиентные методы. Метод скорейшего спуска – метод Коши.
2. Алгоритм метода Коши.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с.

162-163.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 163-165.

Контрольные вопросы по теме 7:

1. Какая задача называется задачей многомерной безусловной оптимизации?
2. Назовите группы на которые можно разделить методы решения задач безусловной оптимизации.
3. Какие методы называются градиентными?
4. В чем заключается алгоритм метода Коши?

Лабораторная работа 1 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение метода скорейшего спуска.

Задание. Требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные: нелинейная функция с несколькими переменными, линейные ограничения.

Выходные данные: значения решения

Методические указания: использовать алгоритм метода скорейшего спуска.

Лабораторная работа 2 для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение модифицированного метода Коши.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные: нелинейная функция с несколькими переменными, линейные ограничения.

Выходные данные: значения решения.

Методические указания: использовать алгоритм модифицированного метода Коши.

2.8. РАЗДЕЛ 3. НЕЛИНЕЙНОЕ ПРОГРАММИРОВАНИЕ

ТЕМА 8. МЕТОДЫ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ.

Основные вопросы:

1. Постановка задачи. Общая схема методов условной оптимизации. Метод Зойтендейка.
2. Алгоритм метода Зойтендейка. Квадратичное программирование. Метод множителей Лагранжа.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 165-167.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 168-178 или к [4] на с. 99-103, или к [5] на с. 137-142.

Контрольные вопросы по теме 8:

1. Сформулируйте задачу условной оптимизации?
2. Назовите этапы общей схемы методов условной оптимизации.
3. В чем заключается алгоритм метода Зойтендейка?
4. Сформулируйте задачу квадратичного программирования.
5. В чем заключается метод множителей Лагранжа?

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Цель работы: освоение других методов условной оптимизации.

Задание: требуется составить программу поиска решения конкретной задачи.

Входные: нелинейная функция с несколькими переменными, нелинейные ограничения.

Выходные данные: значения решения.

Варианты заданий.

1. Метод квадратичного программирования.
2. Метод множителей Лагранжа.

Методические указания: использовать алгоритмы решения на основе указанных методов.

2.9. РАЗДЕЛ 4. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ.

ТЕМА 9. ФОРМУЛИРОВКА МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ.

Основные вопросы:

1. Формулировка задачи.
2. Множество Парето.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 179-180.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 181-183 или к [5] на с. 231-234.

Контрольные вопросы по теме 9:

1. Дайте определение многокритериальной оптимизации.
2. Сформулируйте задачу выбора наилучшего проектного решения.

3. Какое множество называется множеством Парето?

Задания для самостоятельной работы:

В какие классы может попадать каждая точка множества Парето? Изобразите на рисунке.

2.10. РАЗДЕЛ 4. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ.

ТЕМА 10. МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ.

Основные вопросы:

1. Графический метод решения многокритериальной задачи.
2. Метод идеальной точки. Метод сведения многокритериальной задачи к задаче однокритериального программирования.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 183-1185.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 185-192 или к [5] на с. 234-244.

Контрольные вопросы по теме 10:

1. Какие методы нахождения недоминируемого решения Вы знаете?
2. В чем заключается метод уступок?
3. В чем заключается метод идеальной точки?
4. Расскажите алгоритм решения методом идеальной точки.

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Входные данные: целевая векторная функция с несколькими переменными, линейные ограничения.

Выходные данные: значения решения.

Варианты заданий.

1. Решение по методу идеальной точки.
2. Решение по методу сведения многокритериальной задачи к задаче однокритериального программирования.

Методические указания: использовать алгоритмы решения задачи на основе указанных методов.

2.11. РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.

ТЕМА 11. ЗАДАЧИ ВАРИАЦИОННОГО ИСЧИСЛЕНИЯ.

Основные вопросы:

1. Постановки задач Лагранжа, Больца, Майера.
2. Решение задачи Лагранжа. Примеры.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [3] на с. 246-255 или к [4] на с. 123-126.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [3] на с. 256-273 или к [4] на с. 135-139.

Контрольные вопросы по теме 11:

1. Перечислите общие закономерности межличностных отношений.

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Входные данные: минимизируемый функционал.

Выходные данные: график экстремального решения.

Методические указания: использовать методику вывода уравнений Лагранжа и методы численного интегрирования.

2.12. РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.

ТЕМА 12. ПРИНЦИП МАКСИМУМА ПОНТРЯГИНА.

Основные вопросы:

1. Постановка задачи оптимального управления. Формулировка принципа.
2. Задачи об оптимальном управлении материальной точкой, об оптимальном управлении перевернутым маятником.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [4] на с. 139-144.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Контрольные вопросы по теме 12:

1. Сформулируйте задачу оптимального управления.
2. Сформулируйте задачу об оптимальном управлении материальной точкой.
3. Сформулируйте задачу об оптимальном управлении перевернутым маятником.
4. Выведите уравнения принципа максимума Понтрягина.

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Входные данные:

1. параметры задачи об оптимальном управлении материальной точкой;
2. параметры задачи об оптимальном управлении перевёрнутым маятником.

Выходные данные: график оптимального решения.

Методические указания: использовать методику вывода уравнений принципа максимума Понтрягина и методы численного интегрирования.

2.13. РАЗДЕЛ 5. ЭЛЕМЕНТЫ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ.

ТЕМА 13. ПРИНЦИП ДИНАМИЧЕСКОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ БЕЛЛМАНА.

Основные вопросы:

1. Формулировка принципа оптимальности.
2. Уравнение Беллмана и его решение. Задача об оптимальном управлении вращательным движением твердого тела.

Рекомендации по изучению темы:

Вопрос 1 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 1 следует обратиться к [2] на с. 214-216 или к [4] на с. 54, или к [1] на с. 146-150.

Вопрос 2 изложен в лекции.

Для самостоятельного изучения вопроса 2 следует обратиться к [2] на с. 216-234 или к [4] на с. 54-55.

Контрольные вопросы по теме 13:

1. Сформулируйте принцип оптимальности.
2. Выведите уравнение Беллмана.
3. Сформулируйте задачу об оптимальном управлении вращательным движением твердого тела.

Лабораторная работа для самостоятельной работы:

Входные данные: параметры квадратичной оптимальной задачи.

Выходные данные: график оптимального решения.

Методические указания: использовать методику вывода уравнений Беллмана и методы численного интегрирования.